Table of Contents

[I. Lý thuyết ma trận 1](#_heading=h.gjdgxs)

[1. Hạng của ma trận 1](#_heading=h.30j0zll)

[a. Tập ảnh của ma trận 1](#_heading=h.1fob9te)

[b. Tập hạt nhân của ma trận A (tập không điểm) 2](#_heading=h.3znysh7)

[c. Hạng của ma trận 2](#_heading=h.2et92p0)

[2. Tính chất trị riêng, vector riêng 2](#_heading=h.tyjcwt)

[3. Hệ trực giao, ma trận trực chuẩn 2](#_heading=h.3dy6vkm)

[a. Hệ trực giao 2](#_heading=h.1t3h5sf)

[b. Hệ trực chuẩn 2](#_heading=h.4d34og8)

[c. Tính chất 2](#_heading=h.2s8eyo1)

[II. Chuẩn 3](#_heading=h.17dp8vu)

[1. Chuẩn vector 3](#_heading=h.3rdcrjn)

[2. Chuẩn ma trận 3](#_heading=h.26in1rg)

[3. Tính bất biến của chuẩn 3](#_heading=h.lnxbz9)

[II. Nội dung phương pháp 3](#_heading=h.35nkun2)

[1. Định nghĩa khai triển kì dị 3](#_heading=h.1ksv4uv)

[a. Định nghĩa, trường hợp hạng ma trận đủ. 3](#_heading=h.44sinio)

[b. Trường hợp hạng ma trận không đủ 4](#_heading=h.2jxsxqh)

[2. Xác định giá trị kì dị và các vector kì đị 4](#_heading=h.z337ya)

[3. Nghịch đảo suy rộng 5](#_heading=h.3j2qqm3)

[4. Số điều kiên của ma trận 5](#_heading=h.1y810tw)

[III. Thuật toán 6](#_heading=h.4i7ojhp)

[1. Bằng sơ đồ khối 6](#_heading=h.2xcytpi)

# 

# I. Lý thuyết ma trận

## 1. Hạng của ma trận

### a. Tập ảnh của ma trận

- Tập ảnh của ma trận được định nghĩa bởi:



Nếu với là các cột của A thì



Với là không gian con của sinh bởi n vector .

### b. Tập hạt nhân của ma trận A (tập không điểm)

- Tập không điểm của ma trận định nghĩa bởi:



### c. Hạng của ma trận

- Hạng của ma trận A được xác định bởi số chiều của tâp ảnh



- Nếu ma trận A cỡ thì:



## 2. Tính chất trị riêng, vector riêng

- Với ma trận đối xứng, tất cả các trị riêng đều là thực

- Với ma trận xác định dương, các trị riêng thực của nó đều là số thực dương

- Với ma trận đối xứng nửa xác định dương, các trị riêng của nó đều là số thực không âm

## 3. Hệ trực giao, ma trận trực chuẩn

### a. Hệ trực giao

Một hệ cơ sở được gọi là hệ trực giao nếu tích của hai vector bất kì bằng 0



### b. Hệ trực chuẩn

- Là một hệ trực giao với độ dài của mỗi vector bằng 1

### c. Tính chất

- Nghịch đảo của ma trận trực giao là chuyển vị của nó

- Định thức của ma trận trực giao bằng -1 hoặc 1

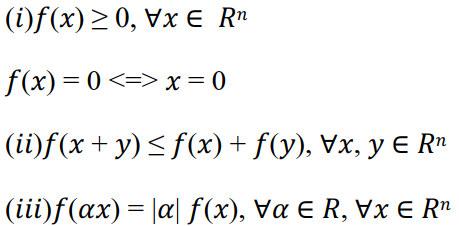
- Trong biến đổi tuyến tính, ma trận trực giao bảo toàn các yếu tố hình học: tích vô hướng, độ dài, góc, …

Suy ra: biến đổi tuyến tính ma trận trực giao thể hiện cho phép quay một vector

# II. Chuẩn

## 1. Chuẩn vector

- Chuẩn vector trên là một hàm thỏa mãn các tính chất sau:



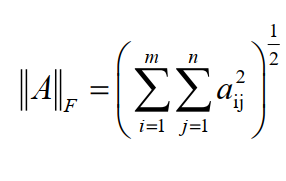
- Kí hiệu:

- Chuẩn vector thông dụng là chuẩn 2:

## 2. Chuẩn ma trận

Nếu A là ma trận thuộc không gian vector thì chuẩn của A ứng với chuẩn của vector là:

- Chuẩn frobenius



## 3. Tính bất biến của chuẩn

- Chuẩn của hai ma trận bất biến với phép nhân trái và phải với các ma trận trực giao.

- Cho , nếu hai ma trận và là các ma trận trực giao thì ta có:



# II. Nội dung phương pháp

## 1. Định nghĩa khai triển kì dị

### a. Định nghĩa, trường hợp hạng ma trận đủ.

Cho ma trận A, ta có:

Text, letter

Description automatically generated

+ = là ma trận đường chéo, là các điểm kì dị. Dùng để làm co, dãn vector.

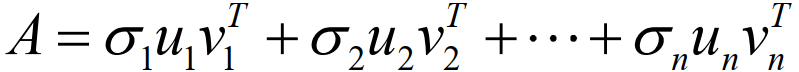
+ là ma trận trực chuẩn cỡ , là các vector kì dị trái. Dùng để quay bán trục.

+ là ma trận trực chuẩn cỡ , là vector kì dị phải. sao cho thỏa mãn

- Khai triển kì dị SVD cho ma trận A sẽ là:



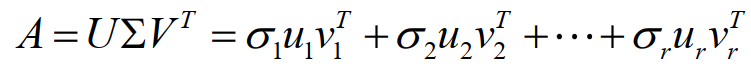
Hay có thể viết là:



### b. Trường hợp hạng ma trận không đủ

- Xét ma trận với

- Khai triển kì dị SVD của ma trận A sẽ là:



## 2. Xác định giá trị kì dị và các vector kì đị

- Nhân vào công thức khai triển kì dị ta có:



- Ta có kết luận sau:

là ma trận đối xứng nửa xác định dương

là các vector riêng ứng với các giá trị riêng khác 0 của

là các trị riêng của

=

## t3. Nghịch đảo suy rộng

- Ta có A là ma trận khác 0 với khai triển kì dị là Khi đó ma trận nghịch đảo suy rộng của là:

A picture containing text

Description automatically generated

- Trường hợp ,

A picture containing text, antenna

Description automatically generated

- Ma trận nghịch đảo suy rộng thường được ứng dụng trong các bài toán bình phương tối thiểu tuyến tính

## 4. Số điều kiện của ma trận

- Ta có A là ma trận khả nghịch và

Suy ra:

Diagram, text

Description automatically generated

- được gọi là số điều kiện của ma trận

- Số điều kiện của càng bé thì ma trận là điều kiện tốt.

# III. Thuật toán

## 1. Bằng sơ đồ khối

Diagram

Description automatically generated

2. Bằng chữ

Input: A

Output:

Bước 1: nhập input

Bước 2: Tính hạng của ma trận A là r

Bước 3: Kiểm tra . Nếu đúng thì chuyển sang bước 4, ngược lại chuyển sang bước 10.

Bước 4: Tìm các trị riêng và Vector riêng của ma trận . Lưu trị riêng vào mảng , lưu vector riêng vào mảng

Bước 5: Sắp xếp trị riêng và vector riêng theo thứ tự giảm gần, Sắp xếp vector riêng tương ứng.

Bước 6: Khởi tạo ma trận là mà trận 0 cỡ . Thay đổi các giá trị trên đường chéo .

Bước 7: Gán . Khởi tạo ma trận .

Bước 8: So sánh r < n. Nếu sai thì chuyển sang bước 9. Nếu đúng thì khởi tạo B = Ker(A). Gộp ma trận V với B thành ma trận V cỡ mxn

Bước 9: Gán rồi chuyển sang bước 16

Bước 10: Tìm các trị riêng và Vector riêng của ma trận . Lưu trị riêng vào mảng , lưu vector riêng vào mảng

Bước 11: Sắp xếp trị riêng và vector riêng theo thứ tự giảm gần, Sắp xếp vector riêng tương ứng.

Bước 12: Khởi tạo ma trận là mà trận 0 cỡ . Thay đổi các giá trị trên đường chéo .

Bước 13: Gán . Khởi tạo ma trận .

Bước 14: So sánh r < m. Nếu sai thì chuyển sang bước 9. Nếu đúng thì khởi tạo C= Ker (AT). Gộp ma trận U với C thành ma trận U cỡ nxn

Bước 15: Gán

Bước 16: In ra output.